

# تعیین حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تفرانس‌های تولید با استفاده از تحلیل حساسیت کلی و روش آماری

زهرا طاهرخانی<sup>۱</sup>، حمید احمدیان<sup>\*</sup>

۱- قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲- واحد تحقیق و توسعه شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا)

\*ahmadian@iust.ac.ir

## چکیده

عدم قطعیت در پارامترها سبب می‌گردد تا سازه‌های با شرایط نامی یکسان دارای مقادیر متفاوت فرکانس‌های طبیعی و پاسخ ارتعاشی باشند. علی‌رغم اهمیت مساله ارتعاشات در توربومشین‌ها به دلیل ماهیت دورانی آنها و لزوم تعیین دقیق سرعت‌های بحرانی در این سیستم‌ها، تاکنون در زمینه بررسی حساسیت رفتار ارتعاشی سیستم‌های دوار به عدم قطعیت پارامترها مطالعه و بررسی کافی انجام نشده است. در این مقاله حساسیت کلی سرعت‌های بحرانی یک کمپرسور صنعتی نسبت به پارامترهای طراحی آن محاسبه شده است. همچنین نشان داده شده است که استفاده از روش مشتق‌گیری به عنوان روشی متداول در مراجع، تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت در نظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این بررسی، یک چهارچوب کلی جهت بررسی حساسیت سیستم‌های دوار صنعتی بر اساس روش تحلیل حساسیت کلی و تجزیه وردایی سوپول با به کارگیری روش مونت کارلو، ارائه شده است. در این روش عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش بینی‌های کیفی در اختیار قرار می‌دهد. روش ارائه شده در طراحی ماشین دوار می‌تواند برای تدوین دستورالعمل‌های تفرانس‌گذاری اجزا سیستم مورد نظر مفید می‌باشد.

## کلمات کلیدی

دینامیک سیستم‌های دوار، روش حساسیت کلی، به‌روز رسانی مدل، روش مونت کارلو، عدم قطعیت

## ۱- مقدمه

مدل‌های المان محدود امروزه به طور گسترده در دینامیک سازه جهت طراحی و پیش‌بینی رفتار سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند. افزایش دقت مدل المان محدود، یک بخش مهم در تحقیقات جامعه مهندسی است، زیرا یک مدل المان محدود، با توان تخمین پاسخ دقیق می‌تواند مهندسان و محققان را به مطالعه دقیق رفتارهای سازه‌های مهندسی در دنیای واقعی یاری دهد و همچنین راهنمایی‌هایی را برای تصمیم‌گیری فراهم می‌کند. با این وجود، ایجاد مدل المان محدود دقیق علی‌رغم ظهور رایانه‌های قدرتمند و تجربه طراحی پیشرفته‌تر، کار آسانی نیست. پیش‌بینی‌های تحلیلی به دست آمده از مدل اجزای محدود سازه اغلب با رفتار اندازه‌گیری شده آن در آزمایش متفاوت است. روش‌های به‌روزرسانی با هدف ایجاد مدل اجزای محدود دقیق‌تر با استفاده از به‌روزرسانی و کالیبراسیون پارامترها به منظور حداقل نمودن اختلاف بین نتایج تحلیلی و نتایج تجربی گسترش یافتند [۱]. این مدل بهینه شده حاصل، می‌تواند در بسیاری از کاربردها در دینامیک سازه مانند تشخیص آسیب، نظارت بر سلامت، کنترل ساختاری، ارزیابی ساختاری مورد استفاده قرار گیرد. به‌روزرسانی قطعی مدل در سه دهه گذشته به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته و به یک رویکرد مرسوم تبدیل شده است. به دلیل تغییرات ذاتی که در پارامترها در اثر تیرانس‌های ساخت، تغییرات شرایط محیطی، تغییرات ذاتی مواد، سایش، خوردگی، شرایط ساخت و مونتاژ وجود دارد، امروزه روش‌های اتفاقی به‌روزرسانی به منظور در نظر گرفتن بازه تغییرات پارامترها گسترش یافته‌اند [۲ و ۳]. تنظیم درست تابع هدف، انتخاب صحیح پارامترهای بروز شونده و استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی قدرتمند، سه مرحله مهم در به‌روزرسانی مدل المان محدود، هستند [۴]. از بین این سه مرحله، انتخاب پارامترهای به‌روزرسانی یک گام بسیار مهم است که شامل انتخاب چند پارامتر و اینکه کدام پارامترها از میان نامزدهای احتمالی در به‌روزرسانی استفاده شوند، می‌باشد. اگر پارامترهای زیادی در به‌روزرسانی گنجانده شود، فرآیند بهینه‌سازی به یک وضعیت ضعیف<sup>۱</sup> منجر می‌شود زیرا تنها مدهای محدودی می‌توانند به طور موثر از اندازه‌گیری ارتعاشات میدان شناسایی شوند. همچنین اگر پارامترهای غیر حساس از میان پارامترهای نامزد مستثنا نشوند، نتایج به‌روز شده ممکن است معنای فیزیکی را از دست بدهند زیرا به دلیل عدم حساسیت، تابع هدف به این پارامترها می‌تواند تغییرات زیادی داشته باشند [۵]. بنابراین شناسایی پارامترهای موثر بر خروجی سیستم در دینامیک سازه‌ای از اهمیت بالایی برخوردار است. روش‌های مختلف آنالیز حساسیت با هدف شناسایی پارامترهای تاثیرگذار در خروجی‌های سیستم‌ها در زمینه‌های مختلف مانند هواشناسی، مالی و اقتصادی، و ژئولوژیک گسترش یافته‌اند. امروزه با توجه به لزوم در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها به منظور مدلسازی دقیق دینامیک سازه‌ها استفاده از آنالیز حساسیت در این سیستم‌ها امری اجتناب ناپذیر است.

آنالیز حساسیت عبارت است از نحوه اختصاص دادن عدم اطمینان در خروجی یک مدل به منابع مختلف عدم قطعیت در ورودی آن [۱]. به طور کلی، آنالیز حساسیت را می‌توان به دو دسته آنالیز حساسیت محلی<sup>۲</sup> و آنالیز حساسیت کلی<sup>۳</sup> تقسیم کرد [۵ و ۶]. آنالیز حساسیت محلی بر اثرات محلی عوامل متمرکز است، که از طریق مشتقات جزئی تابع هدف اندازه‌گیری می‌شود. آنالیز حساسیت محلی متعلق به کلاس روش‌های تک عامل در هر زمان است که در آن در هر زمان یک پارامتر به تنهایی کمی تغییر داده می‌شود، در حالی که بقیه ثابت نگه داشته می‌شوند. آنالیز حساسیت محلی برای مسایل با عدم اطمینان بالا در ورودی‌ها مناسب نیست. از طرف دیگر، آنالیز حساسیت کلی برای تعیین کمیت تأثیر در کل فضای مسئله است. آنالیز حساسیت کلی یک رویکرد مفید برای تعیین کمیت تأثیر عدم قطعیت ورودی‌ها بر روی تابع هدف است و می‌تواند برای تمایز فاکتورهای مهم از موارد غیر مهم مورد استفاده قرار گیرد. امروزه استفاده از روش آنالیز حساسیت کلی در دینامیک سازه‌ها و بخصوص در زمینه ایمنی و قابلیت اطمینان در سازه‌ها رو به افزایش است [۵].

محققان مختلف [۴ و ۷-۱۰] با استفاده از روش حساسیت کلی به شناسایی پارامترهای مهم در مسائل مختلف دینامیک سازه پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیدند که روش حساسیت کلی روشی مطمئن جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار با در نظر گرفتن برهمکنش میان پارامترهاست. برخی مطالعات [۱۱-۱۵] به بررسی نحوه انتخاب پارامتر در به‌روزرسانی مدل متمرکز شده و نشان دادند که انتخاب

<sup>1</sup> Ill-condition

<sup>2</sup> Local Sensitivity analysis

<sup>3</sup> Global Sensitivity analysis

صحیح پارامتر عامل مهم در نتایج حاصل از به‌روزرسانی است و از ترکیب پارامترهای مختلف نتایج متفاوتی حاصل می‌گردد. این مطالعات نشان دادند که انتخاب نادرست پارامتر می‌تواند به‌روزرسانی مدل را با شکست مواجه نماید.

محققان [۱۹-۲۳] به شیوه‌های مختلف به بررسی اثرات پارامترهای مختلف و حساسیت سنجی آنها بر روی رفتار سیستم‌های دوار پرداخته‌اند. در این پژوهش‌ها نشان داده شده است که تِلرانس‌ها و عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای ورودی بر روی رفتار دینامیکی سیستم‌های دوار موثر بوده و می‌تواند منجر به تغییرات قابل ملاحظه‌ای در پاسخ سیستم گردد که با شناسایی این پارامترها و روش‌های بهینه‌سازی، طراحی قابل قبولی را ارائه داده‌اند. در مرجع [۲۴] به بررسی حساسیت رفتار دینامیکی زنجیره محورها به تغییرات دمایی پرداخته شده است که در آن هم تحلیل ارتعاشات خمشی و هم تحلیل ارتعاشات پیچشی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در مرجع [۲۵] آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای طراحی روتور یک توربین باد با استفاده از آنالیز حساسیت کلی انجام شده است.

تعیین پارامترهای مهم بر روی رفتار دینامیکی یک سیستم دوار با یاتاقان‌های هیدرودینامیک که دارای پیچیدگی می‌باشد از اهمیت بالایی برخوردار است. در مرجع [۲۶] از آنالیز حساسیت جهت شناسایی پارامترهای حساس در طراحی یاتاقان بالشتک‌گهواره‌ای<sup>۱</sup> و انجام طراحی بهینه استفاده شده است. در مرجع [۲۷] با استفاده از نتایج عملکردی یاتاقان هیدرودینامیکی از نوع سه انحنا<sup>۲</sup>، حساسیت به جهت نیروی وارده بر یاتاقان محاسبه شده است. مشاهدات فراوانی وجود دارد که به دلیل عدم قطعیت‌های موجود در تِلرانس‌های ساخت و مونتاژ در سیستم‌های دوار، سرعت‌های بحرانی در دو نمونه روتور با مقادیر نامی طراحی کاملاً مشابه، متفاوت است. این موضوع نویسندگان مقاله را بر این داشت تا با استفاده از روش‌های حساسیت این مسئله را بررسی نمایند. از طرف دیگر نشان داده شده است استفاده از روش مشتق‌گیری که روش متداولی در مراجع است جهت سنجش اهمیت یک پارامتر کافی نبوده و تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت در نظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد. در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستم دوار بر اساس روش تجزیه وردایی و روش مونت کارلو<sup>۳</sup> ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش بینی‌های کیفی در اختیار طراح قرار می‌دهد. روش ارایه شده در طراحی ماشین دوار و شناسایی کمی حساسیت ابعادی یاتاقان می‌تواند برای تدوین دستورالعمل‌های طراحی و ساخت (تِلرانس‌گذاری اجزا) سیستم مورد نظر بسیار مفید باشد. عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تاثیرگذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقی‌های بالشتک<sup>۴</sup> و یاتاقان و تاثیرات آنها بر دینامیک روتور بصورت کیفی اذعان شده است. مقاله حاضر روشی تحلیلی جهت کمی‌سازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقی‌های بالشتک و یاتاقان ارایه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روش‌های تخمین حساسیت کلی را نشان می‌دهد.

در قسمت‌های پیش رو در این مقاله ابتدا در بخش دو نحوه مدل‌سازی روتور و یاتاقان کمپرسور صنعتی تشریح شده است و پس از آن در بخش سه به کمک معادلات تجزیه وردایی<sup>۵</sup> با استفاده از روش مونت کارلو جهت محاسبه حساسیت محلی و کلی ارائه شده اند. در ادامه به کمک یک مثال عددی اهمیت استفاده از روش پیشنهادی مشخص شده و سپس در بخش پنج و شش بر اساس نتایج آزمون یک کمپرسور صنعتی و شناسایی عدم قطعیت در سرعت بحرانی آن پارامترهای موثر در ایجاد این عدم قطعیت با استفاده از روش حساسیت کلی و تجزیه وردایی<sup>۵</sup> سوپول شناسایی شده‌اند.

## ۲- مدل‌سازی کمپرسور

برای سیستم‌های دوار منعطف دارای یک سرعت بحرانی در حوزه کاری، بکارگیری مدل تیر تیموشنکو توزیع سختی مناسبی را به همراه داشته و مدل ارایه شده برای پیش‌بینی رفتار روتور از دقت کافی برخوردار است. صحت سنجی تخمین مدل و تطابق آن با نتایج ثبت شده از آزمون‌های ارتعاشات روتور در مطالعات قبلی [۳۱ و ۳۲] صورت پذیرفته است. البته همواره می‌توان از مدل‌هایی با جزییات بیشتر نیز بهره جست، بطور مثال مدل‌سازی روتور بصورت سه بعدی نیز می‌تواند صورت پذیرد لیکن با تجارب بدست آمده تخمین این

1 Tilting pad journal bearing

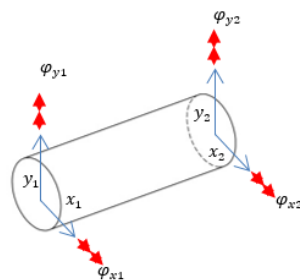
2 Three lobe bearing

3 Monte Carlo

4 Pad

5 Sobol variance decomposition

مدل‌ها از رفتار دینامیکی روتور تفاوت معناداری با مدل مورد استفاده از این تحقیق ندارد. به همین دلیل در این پژوهش از مدل تیر تیموشنکو استفاده شده است. معادلات المان محدود حاکم جهت ارتعاشات عرضی سیستم‌های دوار با در نظر گرفتن المان تیر تیموشنکو شکل ۱ با در نظر گرفتن هشت درجه آزادی برای هر المان که چهار درجه آزادی برای حرکت انتقالی در امتداد محورهای  $x$  و  $y$  و چهار درجه آزادی برای حرکت دورانی حول محورهای  $M$  و  $C$  و  $G$  و  $K$  می‌باشد. در این معادله (۱) می‌باشد. در این معادله  $n$  تعداد گره‌هاست (معادله (۲)). همچنین  $F$  نیروی خارجی وارد بر سیستم دوار می‌باشد که در این مقاله، مطابق رابطه (۳) برابر نیروی نابالانسی در نظر گرفته شده است.



شکل ۱: المان تیر تیموشنکو با ۸ درجه آزادی

Figure 1: Timoshenko beam element with 8 degree of freedom

$$[M]\{\ddot{q}\} + [[C] + [G]]\{\dot{q}\} + [[K] + [H]]\{q\} = \{F\}, \quad (1)$$

$$\{q(t)\} = \{x_1, y_1, \varphi_{x1}, \varphi_{y1}, \dots, x_n, y_n, \varphi_{xn}, \varphi_{yn}\}, \quad (2)$$

$$[F]_i = \begin{pmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m_i r_i \Omega^2 \exp(j\psi) \quad j = \sqrt{-1}. \quad (3)$$

ماتریس سفتی و میرایی  $[K]$  و  $[C]$  علاوه بر سفتی و استهلاک روتور سفتی و استهلاک یاتاقان‌ها را نیز شامل می‌شود. برای به دست آوردن ضرایب دینامیکی یاتاقان‌های هیدرو دینامیکی نیاز است تا معادله رینولدز (معادله (۴)) به همراه معادلات قیود هندسی و انرژی در این یاتاقان به صورت کوپل حل گردد. ضرایب دینامیکی حاصل از حل معادلات در یاتاقان‌های روغنی تابع دور روتور می‌باشند و با توجه به ضخامت فیلم روغن در دوره‌های مختلف متفاوت هستند. با توجه به اینکه هدف این مقاله بررسی نحوه اثرات پارامترهای ورودی بر رفتار دینامیکی روتورهاست از آوردن جزئیات مدل‌سازی دینامیکی روتور و یاتاقان خودداری شده است. جهت اطلاع بیشتر، خوانندگان می‌توانند به مراجع [۱۶-۱۹] مراجعه نمایند.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{6\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = U_x \frac{\partial h}{\partial x} + U_z \frac{\partial h}{\partial z} + 2 \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (4)$$

### ۳- روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی

مدل یک سازه می‌تواند به صورت  $Y = f(X)$  بیان گردد که در آن  $X$  یک بردار به طول  $d$  از ورودی‌های مستقل و دارای عدم قطعیت  $\{X_1, X_2, \dots, X_d\}$  و  $Y$  خروجی مدل است. بر اساس روش سوپول،  $Y$  می‌تواند به صورت زیر تجزیه گردد [۶ و ۳۲].

$$Y = f(x) = f_0 + \sum_{i=1}^d f_i(X_i) + \sum_{i < j} f_{ij}(X_i, X_j) + \dots + f_{1,2,\dots,d}(X_1, X_2, \dots, X_d). \quad (5)$$

و در تجزیه  $Y$  بصورت ارایه شده در رابطه (۵) با قید ذیل برقرار است:

$$\int_0^1 f_{i_1 i_2 \dots i_d}(X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_d}) dX_k = 0, \quad \text{for } k = i_1, i_2, \dots, i_d. \quad (1-5)$$

یک خاصیت مهم جملات بسط ارایه شده در رابطه (۵) تعامد جملات این بسط می باشد:

$$\int_0^1 f_{i_1 i_2 \dots i_s} f_{k_1 k_2 \dots k_s} dx = 0, \quad (i_1, i_2, \dots, i_s) \neq (k_1, k_2, \dots, k_s). \quad (2-5)$$

این تعامد نتیجه مستقیم اعمال قید (۵-۱) در تعریف جملات بسط می باشد [۳۲].

که در آن  $f_0$  یک ثابت است و  $f_i$  تابع  $X_i$  و  $f_{ij}$  تابعی از  $X_i$  و  $X_j$  است. معادله (۵) نشان می دهد که ترم های تجزیه سوبول بر هم عمودند و بنابراین ترم های تجزیه می توانند بر اساس میزان امید ریاضی شرطی به صورت معادلات (۸-۶) نوشته شوند:

$$f_0 = E(Y), \quad (6)$$

$$f_i(X_i) = E(Y | X_i) - f_0, \quad (7)$$

$$f_{ij}(X_i, X_j) = E(Y | X_i, X_j) - f_0 - f_i - f_j. \quad (8)$$

بر اساس تجزیه تابع خروجی  $Y$  که در معادله (۵) انجام شد وردایی تابع خروجی می تواند به صورت معادله (۹) تجزیه گردد:

$$Var(Y) = \sum_{i=1}^d V_i + \sum_{i < j} V_{ij} + \dots + V_{12\dots d}. \quad (9)$$

که در آن :

$$V_i = Var_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y | X_i)), \quad (10)$$

$$V_{ij} = Var_{X_{ij}}(E_{X_{\sim ij}}(Y | X_i, X_j)) - V_i - V_j. \quad (11)$$

که در روابط بالا  $X_{\sim i}$  بیانگر همه متغیرها به جز  $X_i$  است. معادله (۹) نشان می دهد که چگونه وردایی خروجی مدل می تواند به وردایی هر کدام از متغیرهای ورودی و وردایی برهمکنش آنها تجزیه گردد. معادلات (۱۰) و (۱۱) به ترتیب روابط جهت استخراج وردایی مستقیم هر متغیر و وردایی برهم کنش بین متغیرها را بیان می کنند.

نسبت مشارکت وردایی اصلی پارامتر  $X_i$  در وردایی خروجی به وسیله  $S_i$  نمایش داده می شود و «ضریب حساسیت مرتبه اول»<sup>۱</sup> یا «ضریب حساسیت اصلی»<sup>۲</sup> نامیده می شود [۶]. ترم های حساسیت مرتبه اول و حساسیت برهمکنش متغیرها به صورت رابطه (۱۲) می گردد:

$$S_i = \frac{V_i}{Var(Y)}, \quad S_{ij} = \frac{V_{ij}}{Var(Y)}. \quad (12)$$

«ضریب حساسیت کلی»<sup>۳</sup> با  $S_{T_i}$  نشان داده می شود و تمام تاثیرات ورودی  $X_i$  را شامل می گردد و به صورت رابطه (۱۳) تعریف می شود. که در آن  $V_{\sim i} = Var_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y | X_{\sim i}))$  مشارکت وردایی همه ورودی ها به جز  $X_i$  در وردایی خروجی است.

$$S_{T_i} = \frac{E_{X_{\sim i}}(Var_{X_i}(Y | X_{\sim i}))}{Var(Y)} = 1 - \frac{Var_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y | X_{\sim i}))}{Var(Y)} = 1 - \frac{V_{\sim i}}{Var(Y)}. \quad (13)$$

ترم های وردایی در ضرایب حساسیت بر اساس روش مونت کارلو می توانند بر اساس روابط (۱۴-۱۶) محاسبه گردند.

در این روابط  $X_n^1$  و  $X_n^2$  دو ماتریس متفاوت نمونه گیری شده به ابعاد  $N \times d$  هستند  $N$  تعداد نمونه ها و  $d$  ابعاد پارامترهای ورودی را نشان می دهند. و  $(X_{in}^1, X_{in}^2)$  با  $i = 1, 2, \dots, d$  ماتریس به ابعاد  $N \times d$  را بیان می کند که شامل تمام المان های ماتریس  $X_n^2$  به جز  $i$  امین ستون آن، که با  $i$  امین ستون ماتریس  $X_n^1$  جابجا شده است و به همین ترتیب به صورت معکوس برای ماتریس

<sup>1</sup> First order sensitivity indices

<sup>2</sup> Main sensitivity indices

<sup>3</sup> Total sensitivity indices

$(X_{in}^1, X_{in}^2)$ . با محاسبه خروجی سیستم به ازای هر سطر از این ماتریس‌ها بر اساس روابط (۱۴-۱۶) واریانس‌ها استخراج می‌شوند که پس از جایگذاری در روابط (۱۲) و (۱۳) می‌توان مقادیر حساسیت را به دست آورد.

$$V_i = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) f(X_{in}^2, X_{in}^1) \right] - \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2, \quad (14)$$

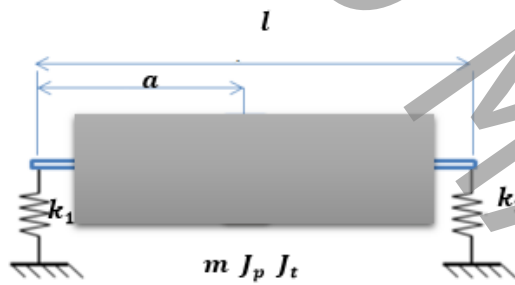
$$V_{-i} = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) f(X_{in}^1, X_{in}^2) \right] - \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2, \quad (15)$$

$$V = \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f^2(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f^2(X_n^2) \right] - \left\{ \frac{1}{2N} \left[ \sum_{n=1}^N f(X_n^1) + \sum_{n=1}^N f(X_n^2) \right] \right\}^2. \quad (16)$$

#### ۴- مقایسه آنالیز حساسیت محلی<sup>۱</sup> و کلی<sup>۲</sup> در یک مثال روتور چهار درجه آزادی<sup>۳</sup>

جهت بررسی تفاوت حساسیت محلی و کلی یک مدل روتور چهار درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته شده است. در این مثال نشان داده شده است که روش مشتق‌گیری که روش متداول جهت محاسبه حساسیت در مراجع است، جهت سنجش اهمیت یک پارامتر کافی نبوده و تنها حساسیت محلی پارامتر را نشان می‌دهد و جهت در نظر گرفتن درجه اهمیت یک پارامتر بر روی خروجی مدل، باید حساسیت کلی پارامتر مورد بررسی قرار گیرد.

مدل روتور در شکل ۲ با مشخصاتی که در جدول ۱ آورده شده است جهت بررسی حساسیت در نظر گرفته شده است.



شکل ۲: مدل روتور

Figure 2: Rotor model

Table 1: Rotor characteristics

جدول ۱: مشخصات روتور

| پارامتر                    | مقدار     |
|----------------------------|-----------|
| $m$ (kg)                   | ۲         |
| $J_p$ (kg.m <sup>۲</sup> ) | ۲         |
| $J_t$ (kg.m <sup>2</sup> ) | ۴         |
| $a$ (m)                    | ۱/۲ و ۰/۴ |
| $l$ (m)                    | ۲         |
| $k_1$ (N/m)                | ۵۰        |
| $k_2$ (N/m)                | ۵۰        |

دو سرعت بحرانی مستقیم این روتور از طریق معادله (۱۷) به دست می‌آیند. که در این رابطه  $\Omega_{cr}$  سرعت بحرانی و  $K_{11}$  و  $K_{12}$  و  $K_{22}$  مولفه‌های ماتریس سفتی و  $k_1$  و  $k_2$  ضرایب سفتی یاتاقان‌ها و  $m$  و  $J_p$  و  $J_t$  جرم و ممان‌های اینرسی جرمی در راستای محوری و عمودی و  $l$  و  $a$  ابعاد طولی نشان داده شده در شکل ۲ هستند.

$$\Omega_{cr}^2 = \frac{1}{2m} * (K_{11} - K_{22} / \delta \pm \sqrt{(K_{11} - K_{22} / \delta)^2 - 4K_{12} / \delta}), \quad \delta = (J_p - J_t) / m, \quad (17)$$

$$K_{11} = k_1 + k_2, \quad K_{12} = -ak_1 + (l-a)k_2, \quad K_{22} = a^2k_1 + (l-a)^2k_2.$$

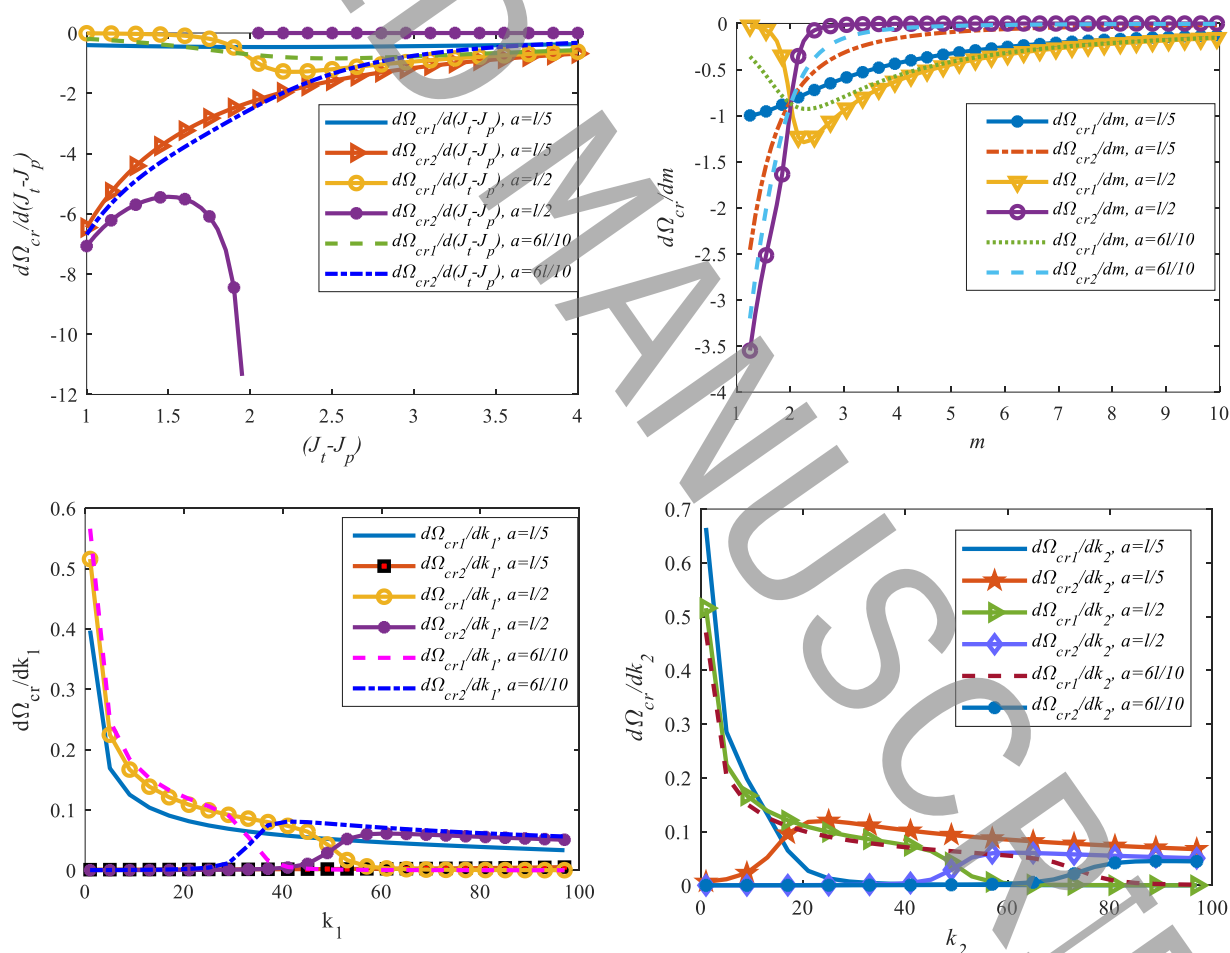
<sup>1</sup> Local

<sup>2</sup> Global

<sup>3</sup> Stodola Green rotor

در سیستم‌های دوار سرعت بحرانی یکی از مشخصه‌های مهم رفتار دینامیکی سیستم می‌باشد و تعیین پارامترهای موثر بر آن یکی از راه‌های تغییر سرعت بحرانی و دور نمودن آن از سرعت کاری و بهبود رفتار سیستم و بهینه سازی طراحی دینامیک روتور می‌باشد. یکی از روش‌های تعیین حساسیت که متداول است، محاسبه مشتق نسبت به پارامتر مورد بررسی می‌باشد که در واقع یک روش محلی جهت محاسبه حساسیت است. در این مثال نشان داده شده است که به وسیله روش ارائه شده در این مقاله با استفاده از روش حساسیت کلی بر اساس تجربه وردایی می‌توان تاثیر عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای طراحی را بر روی پاسخ سیستم به دست آورد. همچنین نشان داده شده است که روش مشتق‌گیری، تغییرات خروجی به پارامتر مورد نظر را به صورت محلی نشان می‌دهد و از آن نمی‌توان جهت تعیین حساسیت کلی استفاده نمود.

با استفاده از مشتق‌گیری از سرعت‌های بحرانی محاسبه شده در معادله (۱۷) نسبت به پارامترهای جرم سفتی و اختلاف ممان اینرسی می‌توان نمودارهای آنها را به صورت شکل ۳ ترسیم نمود. این نمودارها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم از باتاقان سمت چپ که در شکل ۲ با  $a$  نشان داده شده، برای مقادیر  $6l/10$  و  $l/2$  و  $l/5$  رسم شده‌اند. همانطور که در نمودارها دیده می‌شود حساسیت سرعت‌های بحرانی هنگامی که مقادیر سفتی‌های  $k_1$  و  $k_2$  کمتر از  $20 \text{ N/m}$  هستند بیشتر است. همچنین حساسیت، وقتی که جرم کمتر از  $7 \text{ kg}$  و اختلاف ممان‌های اینرسی کمتر از  $3 \text{ kg.m}^2$  است، بیشترین مقدار را دارد. این نتایج نشان دهنده این است که سرعت بحرانی بیشترین حساسیت محلی را در این بازه‌ها داراست. با توجه به مقادیر پارامترها در جدول ۱ مقادیر مشتق سرعت‌های بحرانی در شکل ۳ استخراج شده است. مقادیر جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ طوری انتخاب شده‌اند که حساسیت نسبت به سفتی‌ها کمتر از جرم و اختلاف ممان اینرسی‌ها باشد.



شکل ۳: مشتق سرعت‌های بحرانی نسبت به پارامترهای روتور چهار درجه آزادی

Figure 3: Critical speeds derivation with respect to the parameters of the 4 dof rotor

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، برای اعداد جدول ۱ مقادیر مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی بسیار بالاتر از مقادیر مشتق سرعت‌های بحرانی نسبت به سفتی می‌باشند. و لذا آنالیز حساسیت محلی مقادیر جرم و اختلاف ممان اینرسی را عوامل تاثیرگذار بر روی سرعت بحرانی می‌داند.

حال در این قسمت، با استفاده از روش حساسیت کلی بر اساس تجزیه وردایی، که در بخش قبل اشاره شد، اثر عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای مثال روتور، بر روی سرعت‌های بحرانی محاسبه می‌گردد. به این منظور ابتدا باید توزیع پارامترها و محدوده تغییرات آنها مشخص گردد. هنگامی که اطلاعاتی از توزیع یک پارامتر وجود ندارد از توزیع یکنواخت می‌توان استفاده نمود که در این مثال از توزیع یکنواخت برای پارامترها استفاده شده است. همچنین محدوده تغییرات پارامترها وابسته به تolerانس‌های ساخت آنها می‌باشد. به دلیل امکان مدلسازی سه بعدی هندسه سیستم و روش‌های دقیق اندازه‌گیری چگالی مواد، تقریباً مقادیر جرمی تنها به دلیل وجود تolerانس‌های تولید در ابعاد، احتمال تغییر را دارند. در مراجع انتخاب محدوده ۳ تا ۵ درصد برای عدم قطعیت متداول است [۲۸ و ۲۹]. که در این تحقیق هم مقدار ۵ درصد تغییرات، برای جرم و ممان اینرسی در نظر گرفته شده است. اما درخصوص محاسبه ضرایب یاتاقان‌ها بخصوص یاتاقان‌های هیدرودینامیک، موضوع پیچیده تر است. به دلیل وجود جریان‌های توربولانس و تغییر شکل‌ها و تغییر دمای روغن و مساله انتقال حرارت و همچنین تolerانس لقی‌های یاتاقان که درصد قابل توجهی از لقی را شامل می‌شود. محدوده ۲۰ الی ۳۰ درصدی تغییرات برای عدم قطعیت سفتی‌ها در نظر گرفته شده است. با لحاظ نمودن این مقادیر جهت محاسبه آنالیز حساسیت براساس روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی تاثیر عدم قطعیت هریک از پارامترها بر روی وردایی کلی قابل مشاهده است.

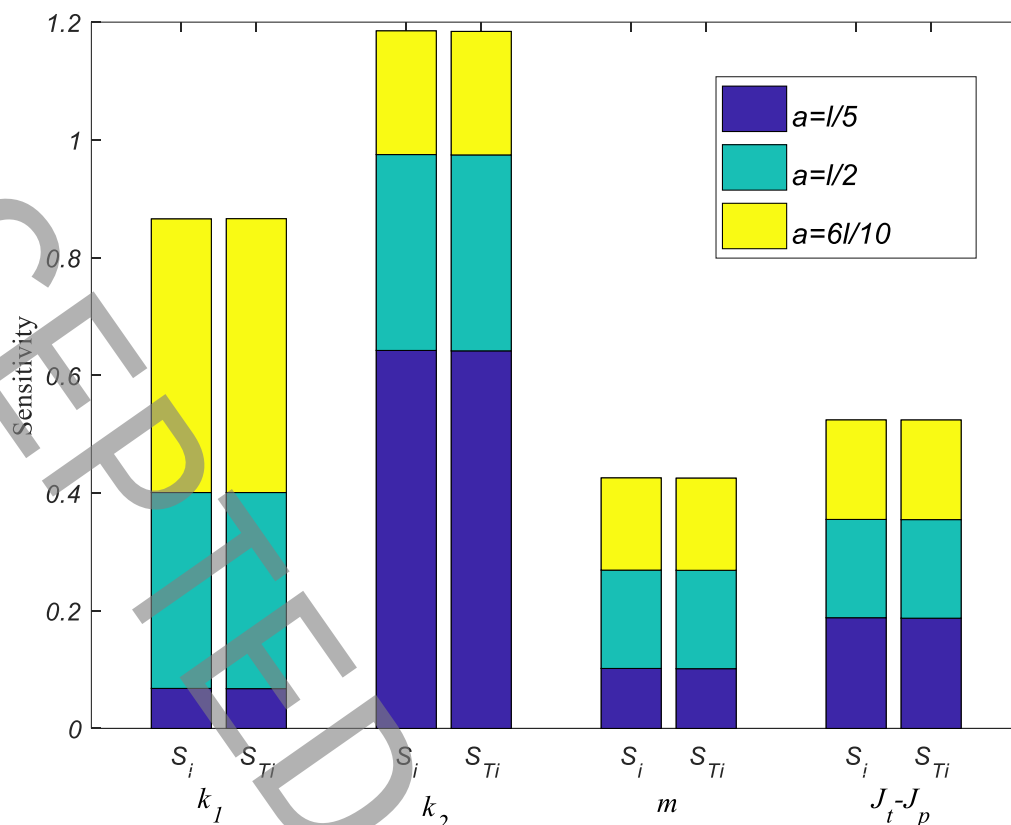
با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) مقادیر ضریب حساسیت مرتبه اول و ضریب حساسیت کل برای پارامترهای جرم اختلاف ممان‌های اینرسی و سفتی‌ها برای مقادیر نامی جدول ۱ محاسبه می‌گردند. شکل ۴ مقادیر حساسیت کلی سرعت‌های بحرانی را به هریک از پارامترها برای مقادیر مختلف فاصله مرکز جرم روتور از یاتاقان سمت چپ (یا همان  $a$ ) نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌گردد حساسیت کلی به سفتی‌ها بیشتر از حساسیت به جرم و اختلاف ممان‌های اینرسی است.

مقایسه نتایج شکل‌های ۳ و ۴ برای مثال روتور چهار درجه آزادی نشان می‌دهد که علیرغم اینکه بر اساس حساسیت محلی سفتی‌ها کمترین تاثیر را بر روی سرعت بحرانی دارند. آنالیز حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی، که وردایی موجود در خروجی سیستم را به وردایی پارامترها نسبت می‌دهد، سفتی‌ها بیشترین سهم را در تغییر سرعت بحرانی دارند. به عبارت دیگر در روش آنالیز حساسیت کلی علاوه بر اینکه حساسیت محلی پارامترها در نظر گرفته می‌شوند، دامنه تغییرات خود پارامترها هم که جزو عوامل موثر است در محاسبات لحاظ می‌گردد..

همانطور که در شکل ۳ به وضوح مشاهده می‌گردد، علی‌رغم اینکه جرم و ممان اینرسی و سفتی در جدول ۱ عمداً طوری انتخاب شده بودند که میزان مشتق سرعت بحرانی و تبع آن حساسیت محلی نسبت به سفتی بسیار کمتر از مشتق سرعت بحرانی نسبت به جرم و ممان اینرسی و حدود یک دهم این پارامترها باشد، ولی همانطور که در شکل ۴ ملاحظه می‌گردد اثرات سفتی یاتاقان‌ها در حساسیت کلی به مراتب بیشتر از اثرات جرمی است. این درحالی است که اگر مقدار جرم بیشتر از ۷ kg و اختلاف ممان‌های اینرسی بیشتر از  $kg.m^2$  باشد مقدار حساسیت کلی جرم و ممان اینرسی در آنالیز حساسیت کلی به صفر میل خواهد نمود. در نتیجه مهم‌ترین معیار انتخاب پارامتر تاثیر گذرا در پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای موثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند.

بنابراین مشاهده می‌شود که روش حساسیت کلی بر مبنای تجزیه وردایی، یک روش جامع جهت ارزیابی حساسیت خروجی مدل به عدم قطعیت پارامترهای ورودی است که می‌تواند پارامترهای موثر و تعیین کننده را در وردایی خروجی نشان دهد. لذا در ادامه سنجش حساسیت سرعت بحرانی یک نمونه روتور کمپرسور صنعتی به عدم قطعیت در پارامترهای طراحی آن با استفاده از این روش صورت می‌پذیرد.





شکل ۴: حساسیت کلی پارامترها

Figure 4: Total sensitivity of parameters

## ۵- نتایج تجربی

کمپرسور مورد مطالعه یک کمپرسور گریز از مرکز شش مرحله‌ای با مشخصات جدول ۲ است. این کمپرسور در خطوط انتقال گاز جهت افزایش فشار گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد. دور کاری کمپرسور ۶۰۰۰ تا ۹۰۰۰ دور بر دقیقه است و دارای یک سرعت بحرانی حدود ۳۵۰۰ دور بر دقیقه می‌باشد که قبل از دور کاری است. این روتور دارای دو یاتاقان هریک دارای ۵ بالشتک گهواره‌ای، از نوع بار بر روی بالشتک<sup>۱</sup> می‌باشد، که دارای تلرانس لقی بین ۰/۱۶ تا ۰/۲۴ میلی‌متر است. چیدمان آزمون روتور کمپرسور نشان داده شده در شکل ۵، شامل تونل خلا است که بر روی یک فونداسیون بتنی قرار دارد که روتور به وسیله پدستال‌هایش به وسیله ریل‌هایی که درون تونل خلا هستند به داخل تونل هدایت می‌شود. یاتاقان‌های کمپرسور در محل پدستال نصب می‌گردند و اندازه‌گیری حرکت نسبی محور در محل یاتاقان‌ها به وسیله دو سنسور ارتعاش‌سنجی نسبی که بر هم عمودند انجام می‌پذیرد. روتور به وسیله یک کوپلینگ انعطاف پذیر به یک گیربکس و سپس به یک الکتروموتور وصل می‌شود. یک فازسنج لیزری در محل اتصال روتور به کوپلینگ، مقدار فاز و سرعت دوران روتور را اندازه‌گیری می‌کند. نتایج آزمون ارتعاشاتی ۱۹ عدد از این کمپرسورها با طراحی نامی یکسان در شکل ۵ نشان داده شده است. در این آزمون‌ها مجموعه آزمون و پدستال یکسان بوده و تنها در هر بار کمپرسورها عوض شده‌اند، همچنین سعی گردیده است تا شرایط نصب و گشتاور اعمالی بر پیچ‌های اتصال به پدستال برای هر ۱۹ کمپرسور یکسان باشد. همچنین بدلیل تکرار پذیری نتایج آزمایش بر روی هر یک از روتورها و تفاوت بسیار اندک در نتایج مکرر یک روتور فرض شده است که عدم قطعیت اندازه‌گیری ناچیز است. همانطور که در شکل ۵ قابل مشاهده است با وجود شرایط یکسان آزمون، نتایج برای روتورهای مختلف متفاوت است به طوری که سرعت بحرانی از ۳۴۲۰ دور بر دقیقه تا ۳۶۷۰ دور بر دقیقه تغییر می‌کند. که مسلماً این نتایج در شرایط سایت تقویت فشار گاز، تغییرات

<sup>1</sup> Shaft

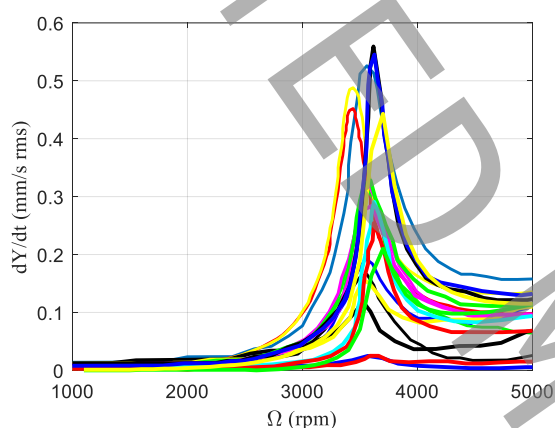
<sup>2</sup> Load on Pad

بیشتری خواهند داشت. این تغییرات، نویسندگان را بر این داشت تا به بررسی این موضوع پرداخته، تا با آنالیز حساسیت تغییرات در پارامتر خروجی (سرعت بحرانی) را به تغییرات پارامترهای طراحی به صورت کمی نسبت دهند.

**Table 2: Compressor rotor characteristics**

جدول ۲: مشخصات روتور کمپرسور

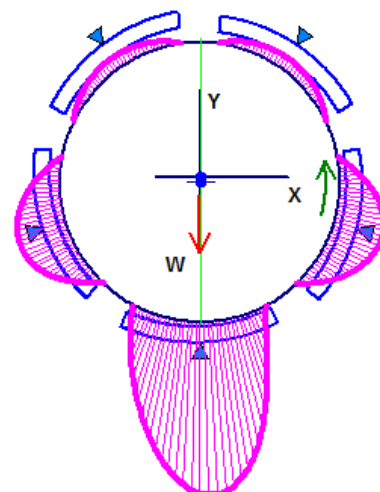
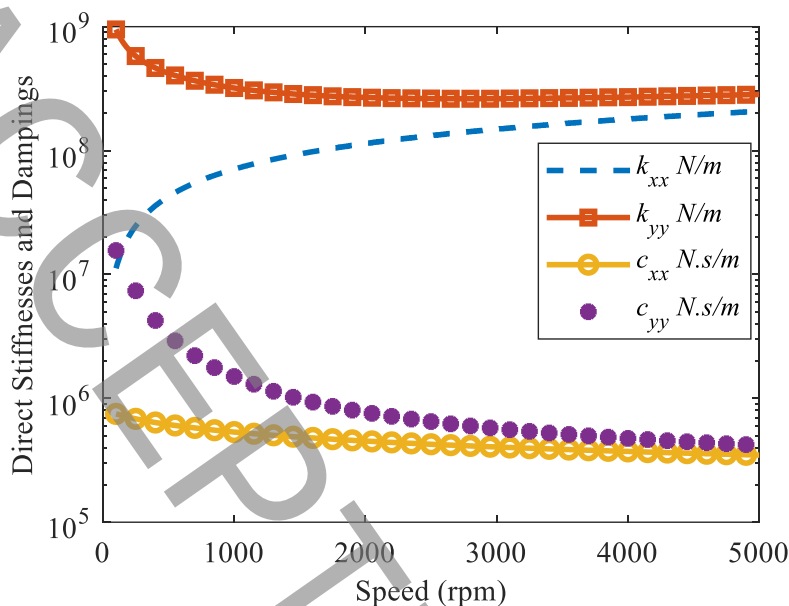
| پارامتر       | مقدار |
|---------------|-------|
| $L(m)$        | ۳     |
| $M_r(kg)$     | ۱۲۰۰  |
| $J_z(kg.m^2)$ | ۱۲    |
| $J_x(kg.m^2)$ | ۵۰۰   |
| $J_y(kg.m^2)$ | ۵۰۰   |



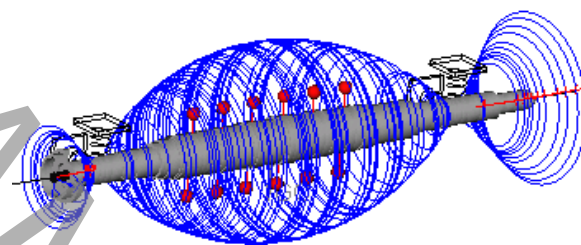
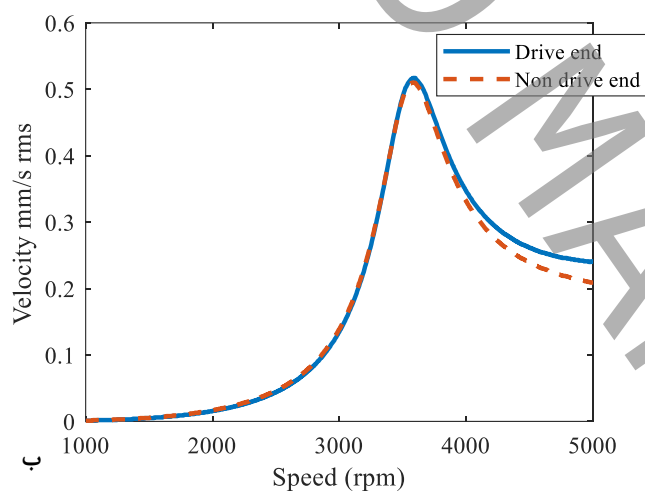
شکل ۵: الف: چیدمان آزمون روتور کمپرسور ب: نتایج تجربی ۱۹ عدد کمپرسور

**Figure 5: a) Compressor test set up stand b) Experimental results for 19 compressors**

نتایج مدل‌سازی با مقادیر نامی پارامترها در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. شکل ۶ نتایج حاصل از مدل‌سازی یاتاقان کمپرسور را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل پیداست به دلیل تغییرات ضخامت فیلم روغن توزیع فشار بر روی بالشتک‌های یاتاقان تغییر نموده و به تبع آن ضرایب دینامیکی در دوره‌های مختلف تغییر می‌نماید. برای مدل نمودن محور روتور از ۱۰۷ المان تیر تیموشنکو-استفاده شده است. ضرایب سختی و استهلاک یاتاقان‌ها به همراه اثرات ژيروسکوپیک مطابق روابط بخش یک و مراجع [۱۶-۱۹] استخراج و نتایج تحلیل روتور به همراه شکل مدل اول و پاسخ ناپالانسی آن در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۶: الف) توزیع فشار روغن بر روی بالشتک‌های یاتاقان در دور ۳۵۰۰ (rpm) ب) ضرایب دینامیکی یاتاقان بر حسب دور  
Figure 6: a) Oil film pressure distribution on the bearing pads at 3500(rpm) b) Bearing dynamic coefficients with respect to the rotational speed



شکل ۷: الف) مد اول بحرانی مدل المان محدود روتور کمپرسور ب) پاسخ نابالانسی روتور کمپرسور در یاتاقان‌های سمت محرک و متحرک  
Figure 7: a) Compressor rotor mode shape for first critical speed b) Unbalance response of the compressor rotor at drive end and non-drive end bearings location

## ۶-شناسایی پارامترهای موثر در ایجاد عدم قطعیت پاسخ دینامیکی کمپرسور

همانطور که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، حساسیت محلی جهت انتخاب پارامتر حساس کافی نبوده و نیاز است تا از روش حساسیت کلی جهت شناسایی پارامترهای تاثیرگذار بر روی پاسخ استفاده شود. مهم‌ترین معیار انتخاب پارامتر تاثیرگذار در پاسخ، میزان عدم قطعیت آن پارامتر و حساسیت بالای آن است. به بیان دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای حساسیت بالایی است، باید به عنوان پارامترهای موثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند.

عوامل مختلفی می‌توانند باعث ایجاد عدم قطعیت در رفتار دینامیکی سیستم‌های دوار گردند، که از آن جمله می‌توان به تolerانس‌های ساخت، شرایط محیطی مانند تغییرات دما و فشار، سایش، خوردگی و ... را نام برد. برای کمپرسور مورد مطالعه، تolerانس‌های هندسی و

پروژه‌های ساخت و مونتاژ می‌توانند در پارامترهای هندسی تغییرات به وجود بیاورند. به دلیل اینکه تغییرات دمایی در محل چیدمان آزمون زیاد نیست بنابراین خواص مواد مانند مدول الاستیک تغییرات زیادی نخواهد داشت، به همین ترتیب تغییرات ابعادی نیز به دلیل تغییرات دمایی ناچیز می‌باشد. لذا در این مطالعه مهم‌ترین عامل عدم قطعیت، تolerانس‌های ساخت می‌باشند. یازده پارامتر که شامل مشخصه‌های هندسی و خواص مواد کمپرسور می‌باشند به عنوان کاندید جهت بررسی حساسیت سرعت بحرانی کمپرسور در نظر گرفته شده‌اند، که در جدول ۳ آورده شده‌اند. در این جدول برای هر پارامتر توزیعی جهت استخراج  $X_n$  ها جهت معادلات (۱۴-۱۶) در نظر گرفته شده است. در انتخاب توزیع پارامتر در هر مساله، نظر متخصص طراح و اطلاعاتی که از خواص و مواد و جنس و فیزیک و شرایط مرزی و ... وجود دارد، تعیین کننده هستند. همچنین اگر اطلاعات کافی در مورد توزیع اولیه یک پارامتر وجود نداشته باشد توزیع یکنواخت به عنوان توزیع اولیه برای آن انتخاب می‌گردد [۳۳-۳۵]. در حالت کلی بر اساس اصل ماکزیمم آنتروپی [۳۶] و اطلاعات موجود از یک پارامتر توزیع برای آن پارامتر برازش می‌شود. بر اساس این اصل، توزیع یکنواخت بیشترین عدم قطعیت را برای پارامتر با محدوده معین، ارائه می‌دهد [۳۷ و ۳۸].

بنابراین توزیع پارامترها، وقتی اطلاعات و یا تجربه متخصص در مورد توزیع یک پارامتر وجود دارد پارامتر با همان توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما وقتی اطلاعات در مورد توزیع پارامتر وجود ندارد معمولاً توزیع یکنواخت استفاده می‌گردد یا از اصل ماکزیمم آنتروپی جهت شناسایی توزیع پارامتر استفاده می‌شود [۳۷]. بر این اساس همانطور که در شکل ۸ مشاهده می‌گردد نتیجه نهایی با توزیع‌های در نظر گرفته شده در جدول ۳ و حالتی که تمامی توزیع‌ها نرمال در نظر گرفته شده است تفاوت چندانی ندارد. همچنین محدوده‌ی تغییرات پارامترهای هندسی برابر تolerانس‌های ساخت در نظر گرفته شده است و به دلیل تغییرات کم دمایی، باند تغییرات خواص مواد بر اثر دما برابر سه درصد در نظر گرفته شده است.

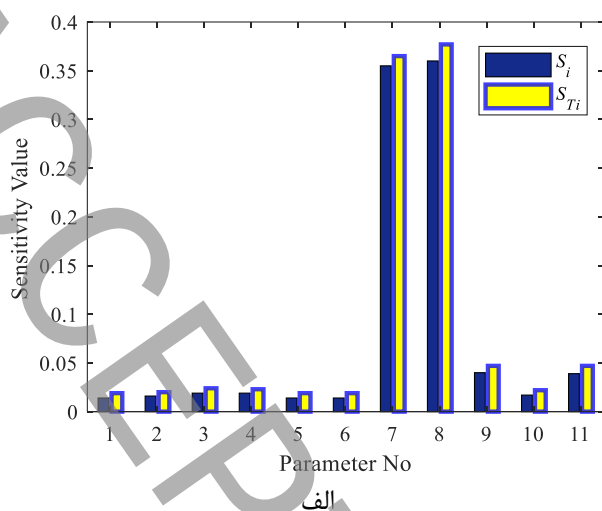
**Table 3: Parameters considered for sensitivity analysis**

جدول ۳: پارامترهای در نظر گرفته شده برای تحلیل حساسیت

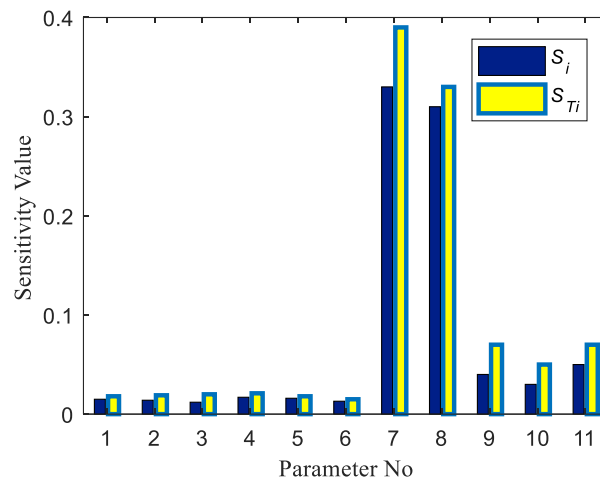
| توزیع در نظر گرفته شده | مشخصات پارامتر          | شماره پارامتر |
|------------------------|-------------------------|---------------|
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره یک   | ۱             |
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره دو   | ۲             |
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره سه   | ۳             |
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره چهار | ۴             |
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره پنج  | ۵             |
| یکنواخت                | جرم پروانه ۱ شماره شش   | ۶             |
| نرمال                  | لقی بالشتک              | ۷             |
| نرمال                  | لقی یاتاقان             | ۸             |
| یکنواخت                | مدول الاستیسیته         | ۹             |
| نرمال                  | چگالی                   | ۱۰            |
| نرمال                  | قطر محور                | ۱۱            |

پارامترهای دارای بیشترین عدم قطعیت و با بالاترین تاثیر بر روی پاسخ دارای ضریب حساسیت بالایی هستند و می‌تواند جهت به روزرسانی مدل انتخاب گردند. شکل ۸ میزان ضریب حساسیت پارامترهای کاندید را که به روش حساسیت کلی بر اساس وردایی به دست آمده را نشان می‌دهد.

<sup>1</sup> Impeller



الف



ب

شکل ۸: نتایج آنالیز حساسیت بر روی پارامترهای دارای عدم قطعیت الف) توزیع پارامترها بر اساس جدول ۳ ب) توزیع نرمال برای همه پارامترها

**Figure 8: Sensitivity analysis results for the uncertain parameters a) Parameters distribution is according to the table 3 b) Normal distribution is considered for all parameters**

با توجه به شکل، نتایج زیر قابل مشاهده‌اند:

- جرم پروانه‌ها کمترین تاثیر را بر روی سرعت بحرانی دارد. به دلیل اینکه با لحاظ نمودن تکرانها جرمها زیر یک درصد تغییر می‌نمایند که تاثیر تغییرات جرم بر روی سرعت بحرانی ناچیز است.
- مدول الاستیسیته به دلیل تغییرات کم دما نیز تغییرات زیادی نداشته و لذا دارای ضریب حساسیت پایین و اثر کم بر روی رفتار دینامیکی است.
- ضریب حساسیت کلی قطر محور نیز با توجه به تکران ساخت پایین است. این در حالی است که اگر از روش حساسیت محلی استفاده می‌شد، به دلیل اینکه با توان چهار در ممان‌های ایترسی وارد می‌شود، اثرات محلی بالایی دارد، در حالی که به دلیل تکران پایین، حساسیت کلی پاسخ سیستم نسبت به آن کم است.
- با توجه تکرانهای ساخت لقی یا تاقان و لقی بالشتک دو پارامتر با بیشترین حساسیت در میان سایر پارامترها هستند. در واقع این نتیجه دور از انتظار نبود، چرا که لقی یا تاقان و بالشتک بیشترین تاثیر در تعیین ضرایب دینامیکی یا تاقانهای هیدرو دینامیک را دارند و تغییرات ضرایب سفتی و استهلاک تاثیر مستقیم بر روی تغییرات سرعت بحرانی دارد. با این حال در کنار پیش‌بینی‌های کیفی این تحلیل یک معیار کمی جهت شناسایی پارامترها را ارائه می‌دهد.

## ۷- نتیجه‌گیری

مدلسازی عدم قطعیت در سالهای اخیر مورد توجه محققین بسیاری بوده است. افزایش ابعاد و پیچیدگی‌های سازه منجر به افزایش عدم قطعیت‌های موجود در سیستم می‌گردد و لزوم انجام مدل‌سازی اتفاقی سیستم را بیشتر می‌نماید. در این پژوهش با به کارگیری روش حساسیت کلی، عدم قطعیت موجود در پاسخ خروجی یک سیستم دوار صنعتی به پارامترهای ورودی نسبت داده شده است. روش حساسیت کلی بر اساس روش تجزیه وردایی روشی قدرتمند جهت شناسایی پارامترهای موثر بر تابع خروجی می‌باشد که استفاده از آن جهت شناسایی پارامترهای سیستم‌های دوار نشان داد که از این روش به خوبی می‌توان جهت شناسایی پارامترهای تاثیر گذار و استفاده از آنها جهت به‌روزرسانی صحیح سیستم‌های بزرگ صنعتی استفاده نمود.

عوامل مختلفی بر رفتار دینامیکی یک ماشین دوار تاثیر گذار هستند و در بسیاری از منابع علمی بر اهمیت لقی‌های بالشتک و یاتاقان و تاثیرات آنها بر دینامیک روتور بصورت کیفی اذعان شده است. مقاله حاضر روشی تحلیلی جهت کمی‌سازی حساسیت رفتار دینامیکی روتور به تغییرات در لقی‌های بالشتک و یاتاقان ارائه داده و طی یک مطالعه تجربی اهمیت استفاده از روشهای تخمین حساسیت کلی را نشان می‌دهد.

این مقاله نشان داد که استفاده از حساسیت محلی برای شناسایی پارامتر حساس در دینامیک روتور کافی نبوده و استفاده از روش آنالیز حساسیت کلی نتایج مورد انتظار و منطبق بر واقعیت را به همراه خواهد داشت. بطور مثال اگر از روش آنالیز حساسیت محلی استفاده می‌شد آنگاه اینطور برداشت می‌شد که در روتور کمپرسور قطر محور نیز از پارامترهای بسیار حساس به شمار آید، چرا قطر محور به دلیل داشتن توان چهار در ممان اینرسی مقطع باعث ایجاد حساسیت سرعت بحرانی نسبت به این پارامتر، همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، بمیزان بالایی می‌شد. در حالی که به دلیل تیرانس ساخت پایین، که متناظر با عدم قطعیت پایین است، حساسیت کلی پاسخ سیستم به آن کم است.

مهم‌ترین معیارها در انتخاب پارامتر تاثیر گذار بر پاسخ، عدم قطعیت و حساسیت بالای آن است. به عبارت دیگر، پارامترهایی که دارای عدم قطعیت بالا هستند و این عدم قطعیت بر روی پاسخ سیستم دارای تاثیر بالایی است، باید به عنوان پارامترهای موثر در پاسخ سیستم انتخاب گردند. حساسیت محلی تابعیتی از عدم قطعیت پارامتر نداشته در حالیکه این اثر در حساسیت کلی در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله یک چهارچوب مناسب در آنالیز حساسیت سیستم‌های دوار بر اساس روش تجزیه و ردایی و روش مونت کارلو ارائه شده است که در آن عدم قطعیت موجود در پاسخ سیستم به عدم قطعیت پارامترهای آن به صورت کمی نسبت داده شده است و تحلیلی کمی را در کنار پیش بینی‌های کیفی در اختیار طراح قرار می‌دهد. روش ارائه شده می‌تواند جهت شناسایی پارامترهای هندسی موثر و تعیین تیرانس‌های ساخت به منظور بهبود طراحی سیستم دوار، مورد استفاده قرار گیرد.

## تشکر و قدردانی

از حمایت شرکت مهندسی و ساخت توربین مپنا (توگا) از این تحقیق، تشکر و قدردانی می‌گردد.

## فهرست علائم

### علائم انگلیسی

|                    |                                                 |          |                                             |
|--------------------|-------------------------------------------------|----------|---------------------------------------------|
| $a$                | فاصله مرکز جرم روتور چهار درجه آزادی از یاتاقان | $M$      | ماتریس جرم                                  |
| $C$                | سمت چپ                                          | $m_r$    | جرم نابالانسی پسماند                        |
| $c_{ij}$           | ماتریس استهلاک                                  | $p$      | فشار فیلم سیال                              |
| $F_i$              | ضرایب استهلاک                                   | $q$      | بردار درجات آزادی                           |
| $f_{ijk}$          | نیروی نابالانسی                                 | $r$      | خروج از مرکزی نابالانسی پسماند              |
| $i < j < k$        | اجزای تشکیل دهنده تجزیه سوبول                   |          |                                             |
| $G$                | ماتریس ژبروسکوپیک                               | $S_i$    | حساسیت مرتبه اول                            |
| $H$                | ماتریس circularity                              | $S_{ij}$ | حساسیت کوپل بین پارامترهای $i$ ام و $j$ ام  |
| $h$                | ضخامت فیلم روغن                                 | $S_{Ti}$ | حساسیت کلی                                  |
| $J_p$              | ممان اینرسی جرمی در راستای $Z$                  | $t$      | زمان                                        |
| $J_i$              | ممان اینرسی جرمی در راستای $X$ و $Y$            | $U_x$    | سرعت در راستای محور $X$ در موقعیت یاتاقان   |
| $J_i, i = x, y, z$ | ممان اینرسی جرمی در راستای محور $i$             | $U_z$    | سرعت در راستای محور $Z$ در موقعیت یاتاقان   |
| $K$                | ماتریس سفتی                                     | $V_i$    | واریانس پارامتر با اندیس $i$                |
| $K_{ij}$           | ضرایب سفتی                                      | $V_{ij}$ | واریانس کوپل بین پارامترهای $i$ ام و $j$ ام |

|                                                   |               |                                             |
|---------------------------------------------------|---------------|---------------------------------------------|
| طول روتور چهار درجه آزادی                         | $x, y, z$     | مختصات به ترتیب در جهات افقی، عمودی و محوری |
| طول روتور                                         | $x_i, y_i$    | جابجایی نودهای المان در راستای $x$ و $y$    |
| جرم                                               | $Y$           | خروجی مدل                                   |
| جرم روتور کمپرسور                                 |               |                                             |
| علائم یونانی                                      |               |                                             |
| چگالی فیلم روغن                                   | $\Omega$      | سرعت دوران محور                             |
| جابجایی زاویه‌ای نودهای المان در راستای $x$ و $y$ | $\Omega_{cr}$ | سرعت بحرانی                                 |
| $\varphi_{xi}, \varphi_{yi}$                      |               |                                             |

## مراجع و منابع

- [1] J.E. Mottershead, M. Friswell, Model updating in structural dynamics: a survey, *Journal of sound and vibration*, 167(2) (1993) 347-375.
- [2] C. Mares, J. Mottershead, M. Friswell, Stochastic model updating: part 1—theory and simulated example, *Mechanical systems and signal processing*, 20(7) (2006) 1674-1695.
- [3] J. Mottershead, C. Mares, S. James, M. Friswell, Stochastic model updating: part 2—application to a set of physical structures, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(8) (2006) 2171-2185.
- [4] W.-X. Ren, H.-B. Chen, Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method, *Engineering structures*, 32(8) (2010) 2455-2465.
- [5] H.-P. Wan, W.-X. Ren, Parameter selection in finite-element-model updating by global sensitivity analysis using Gaussian process metamodel, *Journal of Structural Engineering*, 141(6) (2015) 04014164.
- [6] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, M. Ratto, *Sensitivity analysis in practice: a guide to assessing scientific models*, Wiley Online Library, 2004.
- [7] Z. Kala, Sensitivity assessment of steel members under compression, *Engineering Structures*, 31(6) (2009) 1344-1348.
- [8] J. Rohmer, E. Foerster, Global sensitivity analysis of large-scale numerical landslide models based on Gaussian-Process meta-modeling, *Computers & geosciences*, 37(7) (2011) 917-927.
- [9] I.M. Sobol, Sensitivity analysis for non-linear mathematical models, *Mathematical modelling and computational experiment*, 1 (1993) 407-414.
- [10] W. Becker, J. Oakley, C. Surace, P. Gili, J. Rowson, K. Worden, Bayesian sensitivity analysis of a nonlinear finite element model, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 32 (2012) 18-31.
- [11] N.A. Husain, H.H. Khodaparast, H. Ouyang, Parameter selection and stochastic model updating using perturbation methods with parameter weighting matrix assignment, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 32 (2012) 135-152.
- [12] H.-P. Wan, Z. Mao, M.D. Todd, W.-X. Ren, Analytical uncertainty quantification for modal frequencies with structural parameter uncertainty using a Gaussian process metamodel, *Engineering Structures*, 75 (2014) 577-589.
- [13] G. Steenackers, P. Guillaume, Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates, *Journal of Sound and vibration*, 296(4-5) (2006) 919-934.
- [14] S. Marino, I.B. Hogue, C.J. Ray, D.E. Kirschner, A methodology for performing global uncertainty and sensitivity analysis in systems biology, *Journal of theoretical biology*, 254(1) (2008) 178-196.

- [15] S.-E. Fang, W.-X. Ren, R. Perera, A stochastic model updating method for parameter variability quantification based on response surface models and Monte Carlo simulation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 33 (2012) 83-96.
- [16] A.C. Balbahadur, A thermoelastohydrodynamic model of the Morton effect operating in overhung rotors supported by plain or tilting pad journal bearings, Virginia Tech, 2001.
- [17] M. Lalanne, G. Ferraris, *Rotordynamics prediction in engineering*, Wiley, 1998.
- [18] G. Genta, *Dynamics of rotating systems*, Springer Science & Business Media, 2007.
- [19] Zahra Taherkhani, Hamidreza Pourtaba, Geometry Effects in Tilting-Pad dynamic Coefficients and Critical Speeds of a Rotor, in: *Proceeding in The Biennial International Conference on Experimental Solid Mechanics (X-Mech 2016)*. 2016.
- [20] A. Tamer, P. Masarati, Periodic stability and sensitivity analysis of rotating machinery, in: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Springer, 2015, pp. 2059-2070.
- [21] S. Yan, R. Sievert, Vibration sensitivity of large turbine generator shaft trains to unbalance, in: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Springer, 2015, pp. 3-14.
- [22] T. Leister, C. Baum, W. Seemann, Sensitivity of computational rotor dynamics towards the empirically estimated lubrication gap clearance of foil air journal bearings, *PAMM*, 16(1) (2016) 285-286.
- [23] F.A. Lara-Molina, A.A. Cavalini Jr, E.H. Koroishi, V. Steffen Jr, Sensitivity analysis of flexible rotor subjected to interval uncertainties, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 16(4) (2019).
- [24] D. Xie, Y. Yang, S. Gao, J. Guo, Sensitivity Analysis on the Dynamic Characteristics of a 1000 MW Turbo-Generator Rotor, in: *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, Springer, 2015, pp. 1841-1852.
- [25] S. Asadi, V. Berbyuk, H. Johansson, Global Sensitivity Analysis of High Speed Shaft Subsystem of a Wind Turbine Drive Train, *International Journal of Rotating Machinery*, 2018 (2018).
- [26] L. Urbiola-Soto, Multivariate Response Rotordynamic Modeling and Sensitivity Analysis of Tilting Pad Bearings, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 140(7) (2018).
- [27] R. Khatri, D.W. Childs, An experimental study of the load-orientation sensitivity of three-lobe bearings, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 137(4) (2015).
- [28] Y. Ma, Z. Liang, M. Chen, J. Hong, Interval analysis of rotor dynamic response with uncertain parameters, *Journal of Sound and Vibration*, 332(16) (2013) 3869-3880.
- [29] E.H. Koroishi, A.A. Cavalini Jr, A.M. de Lima, V. Steffen Jr, Stochastic modeling of flexible rotors, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 34(SPE2) (2012) 574-583.
- [30] N. Wang, D. Jiang, H. Xu, Dynamic characteristics analysis of a dual-rotor system with inter-shaft bearing, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 233(3) (2019) 1147-1158.
- [31] M.H. Jalali, M. Ghayour, S. Ziaei-Rad, B. Shahriari, Dynamic analysis of a high speed rotor-bearing system, *Measurement*, 53 (2014) 1-9.
- [32] I.y.M. Sobol', Global sensitivity indices for the investigation of nonlinear mathematical models, *Matematicheskoe modelirovanie*, 17(9) (2005) 43-52.
- [33] R.d.O. Teloli, S. da Silva, T.G. Ritto, G. Chevallier, Bayesian model identification of higher-order frequency response functions for structures assembled by bolted joints, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 151 (2021) 107333.
- [34] N.C. Tyminski, H.F. de Castro, Application of Bayesian inference to unbalance identification in rotors, in: *Proceedings of the 9th IFToMM international conference on rotor dynamics*, Springer, 2015, pp. 711-721.



- [35] J.W. Hall, L.J. Manning, R.K. Hankin, Bayesian calibration of a flood inundation model using spatial data, *Water Resources Research*, 47(5) (2011).
- [36] E.T. Jaynes, *Probability theory: The logic of science*, Cambridge university press, 2003.
- [37] J.L. Beck, L.S. Katafygiotis, Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework, *Journal of Engineering Mechanics*, 124(4) (1998) 455-461.
- [38] E.T. Jaynes, Prior probabilities, *IEEE Transactions on systems science and cybernetics*, 4(3) (1968) 227-241.

# Sensitivity Analysis of Rotor Dynamic Behavior to Manufacturing Tolerances Based on Global Sensitivity Analysis and Statistical Methods

Zahra Taherkhani<sup>a</sup>, Hamid Ahmadian<sup>b1</sup>

<sup>a,b</sup> Center of Excellence in Experimental Solid Mechanics and Dynamics, School of Mechanical Engineering,  
Iran University of Science and Technology

<sup>a</sup>Mapna Turbine Manufacturing and Engineering Company (TUGA)

## ABSTRACT

Engineering structures are inevitably exposed to various sources of uncertainty. The uncertainty in the parameters led to structures with identical nominal parameters having different vibrational behavior, such as different natural frequencies. Therefore, it is inevitable to consider parameter variability for a robust design. The rotational motion of turbomachinery makes vibration an important issue in their design. Therefore, it is essential to accurately determine the vibrational behavior of rotating systems and the parameters affecting them. No comprehensive experimental study is reported on the sensitivity of vibration behavior of industrial rotating systems to parameter uncertainty in the related literature. Therefore, in this paper, a powerful method of global sensitivity analysis based on variance analysis is presented using an industrial compressor sample to determine the effective parameters in its response uncertainty. The Monte Carlo simulation method is adopted to implement the global sensitivity analysis method. In this method, the uncertainty in the system response quantifiably devotes itself to the uncertainty of its parameters and provides a quantitative analysis along with qualitative predictions to the designer. The presented method in this paper can be very useful in designing rotating machinery and identifying sensitive parameters on the system response for the codification of design and manufacturing instructions, like component tolerance.

## KEYWORDS

Rotor dynamics, Global sensitivity analysis, Monte Carlo, Uncertainty, Model Updating

---

<sup>1</sup> Corresponding Author: ahmadian@iust.ac.ir